

General Disclaimer

One or more of the Following Statements may affect this Document

- This document has been reproduced from the best copy furnished by the organizational source. It is being released in the interest of making available as much information as possible.
- This document may contain data, which exceeds the sheet parameters. It was furnished in this condition by the organizational source and is the best copy available.
- This document may contain tone-on-tone or color graphs, charts and/or pictures, which have been reproduced in black and white.
- This document is paginated as submitted by the original source.
- Portions of this document are not fully legible due to the historical nature of some of the material. However, it is the best reproduction available from the original submission.

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PHYSIK UND ASTROPHYSIK
WEINER-HEISENBERG-INSTITUT FÜR PHYSIK

Besondere Themen der Infrarot-Interferometrie

R. Hanel

dcaf code 010736

Permanent Address: Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Md 20771, USA

8000 MÜNCHEN 40 - FÖHRINGER RING 6

Inhaltsverzeichnis

| | Seite |
|--|-------|
| I. Einleitung | 1 |
| II. Themen der Einzelbeiträge: | |
| Signalauslesung | 2 |
| Anforderungen an die Konstanz der Vorschubgeschwindigkeit | 4 |
| Intensitäts-Modulation | 7 |
| Eichung | 11 |
| Rauschquellen | 15 |
| Nyquist- oder Johnson-Rauschen | 17 |
| Definitionen und Meßmethoden des Rauschens | 22 |
| Rauschmessungen | 24 |
| III. Referenzen | 27 |
| IV. Bildunterschriften | 29 |
| Abbildungen | 30 |

I. Einleitung

Die einzelnen in diesem Bericht präsentierten Kapitel sind unabhängig voneinander und entsprechen ungefähr den Themen der wöchentlichen Seminare, die im Zusammenhang mit der Entwicklung des GIRL-Michelson-Interferometers gehalten wurden. Der Text ist oft nur stichwortartig, er ist vor allem als Gedächtnisstütze zum gegebenen Seminarvortrag gedacht.

Wenn die Messungen ein befriedigendes wissenschaftliches Ergebnis bringen sollen, dann dürfen nur entsprechend gute Spektren, das heißt Spektren mit gutem Signal-zu-Rauschverhältnis, mit einwandfreier Eichung und solche ohne störende Nebeneffekte verwendet werden. Alle Teilsysteme (optische Elemente, Detektoren, analoge und digitale Schaltungen, Eichmethoden, Rechenprogramme usw.) müssen nahezu perfekt sein. Es gibt keine Abkürzungswege zu guten Spektren.

In den gebrachten Beispielen sind bekannte Parameterwerte des GIRL Interferometers oder einer Ballonversion desselben Instruments verwendet worden. Das Gesagte hat natürlich auch allgemeine Gültigkeit; es ist daher auch auf Instrumente und Beobachtungen an astronomischen Fernrohren vom Boden oder auf die Konstruktion von Interferometern für den Space Shuttle anwendbar. Für eine allgemeine Einführung in Fourier-Spektroskopie siehe Connes (1961), Mertz (1965), Vanasse and Sakai (1967), Vanasse et al. (1971) oder Bell (1972).

II. Themen der Einzelbeiträge

Signalauslesung

(Vom Detektor bis zum Analog-Digital-Wandler)

Bisher sind Michelson Interferometer mit zwei Vorschubmethoden verwendet worden. Im Stufenvorschub wird die optische Wegdifferenz in diskreten Intervallen verändert. An den Meßpunkten, im allgemeinen eine oder einige Wellenlängen im kurzwelligen Referenzsignal voneinander entfernt, wird die Intensität der Infrarotstrahlung wie mit einem Photometer gemessen. Ein mechanischer Unterbrecher (chopper) oder ein oszillierender Sekundärspiegel im Fernrohr modulieren das gewünschte Signal periodisch. Die Differenz zwischen Haupt- und Vergleichssignal (schwarzer Körper oder Himmel nahe des zu messenden Objekts) wird registriert. Pierre und Jeaninne Connes (1966) haben mit dieser Methode die ersten wirklich bahnbrechenden Venusspektren im nahen Infrarot erzielt. Die stufenweise Führung eines oder gar beider Spiegel (oder 3-spiegeligen Retroreflektoren oder "Katzenaugen") erfordert ziemlich komplexe elektromechanische Regelsysteme.

Die zweite Methode ein Michelson-Interferometer zu betreiben verwendet einen kontinuierlichen Vorschub. Die optische Wellenzahl ν (cm^{-1}) wird direkt in eine elektrische Frequenz f (Hz) gewandelt.

$$f = a \nu;$$

a ist eine Konstante, 2 beim normalen Michelson-Interferometer, 4 beim GIRL, da hier der optische Weg gefaltet ist; ν ist die mechanische Geschwindigkeit des Vorschubs in cm sec^{-1} . Die Vorschubgeschwindigkeit wird so gewählt, daß Detektor und Datenkanal die maximale Signalfrequenz gut verarbeiten können. Ursprünglich herrschte die Meinung, daß die kontinuierliche Methode nur für niedrig auflösende Spektren anwendbar sei, (Sakai 1971). Dies ist aber nicht der Fall, wie inzwischen oftmals demonstriert wurde (z.B. Ridgway and Capps 1974, Samuelson et al. 1975, Kunde et al. 1977). Man muß aber gewisse Regeln und Vorsichtsmaßnahmen beachten, wie im folgenden gezeigt werden soll.

Die zu messende Infrarotstrahlung, $I(\nu)$, erzeugt im Interferometer ein Interferogramm, $F(x)$. Von einer monochromatischen Lichtquelle gespeist (Laser, Gas-Emissionslinie) entsteht im selben optischen System oder in einem mechanisch gekoppelten Interferometer ein sinusförmiges Referenzsignal, Fig. 1. Beide Signale, das primäre der zu messenden Strahlung und das Referenzsignal, werden verstärkt und elektrisch gefiltert. Der positive (oder der negative) Nulldurchgang des Referenzsignals erzeugt scharfe Impulse, die den Zeitpunkt bestimmen, an dem das primäre Interferogramm abgetastet wird.

Es ist empfehlenswert, nur jeden zweiten Nulldurchgang zu benützen, da dann kleine Gleichstromwerte sowie gerade harmonische Frequenzen, die dem Referenzsignal überlagert sein könnten, keine Rolle spielen. Mit einem $5 \mu\text{m}$ Laser fällt die Abtastfrequenz auf 2000 cm^{-1} . Das Analogfilter im Infrarotkanal muß den gewünschten Frequenzbereich (zB. $100 - 500 \text{ cm}^{-1}$) ungehindert durchlassen, soll aber die Abtastfrequenz und die durch "Aliasation" entstehenden Seitenbänder abschneiden. Im gegebenen Beispiel muß das Filter, einschließlich Detektorfrequenzgang, von etwa $50 - 750 \text{ cm}^{-1}$ frequenzunabhängig durchlassen, aber bei 1500 cm^{-1} mindestens 20 db, besser 40 db abschwächen, Fig. 2.

Neben einem flachen Frequenzgang im Durchlaßbereich ist ein linearer Phasengang notwendig, wobei der Phasengang des Detektors mit berücksichtigt werden muß, Fig. 3. Ein linearer Phasengang erzeugt eine konstante Verzögerung des Interferogramms um $\tau_{\text{IR}} = \frac{d\phi}{d\omega}$, wobei $\omega = 2 \pi f$ ist. Das Referenzsignal muß nun genau dieselbe Verzögerung erfahren, dann wird das Infrarotsignal immer an der richtigen Stelle abgetastet, auch wenn die Vorschubgeschwindigkeit nicht immer konstant sein sollte. Selbst bei der relativ niederen spektralen Auflösung des Voyager - Interferometers (4.3 cm^{-1}) und der sehr genauen Geschwindigkeitskontrolle (phase locked loop) war die Einführung einer digitalen Verzögerungsleitung notwendig, um auch während kleiner Störungen, wie durch das Feuern von Positionsdüsen (attitude control system), noch brauchbare Spektren zu erhalten (Hanel et al. 1980).

Wie groß muß nun die Verzögerung sein und wie linear muß der Phasengang eingehalten werden? Was sind die Folgen, wenn Verzögerung und Phasengang nicht präzise sind? Die nächsten Kapitel sollen darüber Aufschluß geben.

Anforderungen an die Konstanz der Vorschubgeschwindigkeit

Die Rechnung wird für eine einzelne Spektrallinie und eine einzelne sinusförmige Störung durchgeführt. Komplexere Spektren und willkürliche Geschwindigkeitsabweichungen können durch Überlagerung gewonnen werden (Sakai, 1971).

Das Interferogramm der monochromatischen Strahlung, $I(\nu)$, sei

$$F(x, \Delta x) = I(\nu) \cos 2\pi \nu (x + \Delta x)$$

wobei $\Delta x = a \sin 2\pi \varphi x$ ein periodischer Fehler in der Abtastposition mit Amplitude a und Frequenz φ ist,

$$F(x) = \cos(2\pi \nu x + 2\pi \nu a \sin 2\pi \varphi x)$$

Die Intensität $I(\nu)$ ist einfachheitshalber gleich eins gesetzt. Mit Hilfe der Identität

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \text{wird}$$

$$F(x) = \cos 2\pi \nu x \left[\cos(2\pi \nu a \sin 2\pi \varphi x) \right] - \sin(2\pi \nu x) \left[\sin(2\pi \nu a \sin 2\pi \varphi x) \right]$$

Dies kann mit den Reihenentwicklungen

$$\cos(z \sin \theta) = J_0(z) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(z) \cos 2k\theta \quad \text{und}$$

$$\sin(z \sin \theta) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(z) \sin(2k+1)\theta$$

umgeformt werden, wobei $J_n(z)$ die Besselfunktion nter Ordnung vom Argument z ist

$$F(x) = \cos(2\pi \nu x) \left\{ J_0(2\pi \nu a) + 2 \left[J_2(2\pi \nu a) \cos 4\pi \varphi x + \dots \right] \right\} \\ - \sin(2\pi \nu x) \left\{ 2 \left[J_1(2\pi \nu a) \sin 2\pi \varphi x + \dots \right] \right\}$$

Wenn $2\pi\nu a \ll 1$ (nur solche Fälle sind von Bedeutung) sind die Grenzwerte der Besselfunktionen

$$J_0 \rightarrow 1; \quad J_1 \rightarrow \frac{z}{2}; \quad J_2 \rightarrow \frac{z^2}{8}, \quad \text{und somit}$$

$$F(x) = \cos(2\pi\nu x) \left[1 + \frac{(2\pi\nu a)^2}{4} \cos 4\pi\varphi x + \dots \right] \\ - \sin(2\pi\nu x) \left[2\pi\nu a \cdot \sin 2\pi\varphi x + \dots \right]$$

Mit Hilfe der Identität

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \text{wird}$$

$$F(x) = \cos(2\pi\nu x) + \pi\nu a \left[\cos 2\pi(\nu + \varphi)x - \cos 2\pi(\nu - \varphi)x \right] + \dots$$

Das Interferogramm enthält die erwünschte Spektrallinie, $\cos 2\pi\nu x$, aber auch unerwünschte Linien mit Amplitude $\pi\nu a$ und Frequenzen $\nu + \varphi$ und $\nu - \varphi$, Fig. 4. Ungerade Seitenbänder sind 180° phasenverschoben. Hätten wir das Glied mit J_2 auch noch berücksichtigt, würden zusätzliche Seitenbänder bei $\pm 2\varphi$ und mit quadratisch kleinerer Amplitude erschienen sein. Seitenbänder mit negativen Frequenzen ($\varphi > \nu$) werden am Nullpunkt phasengetreu gespiegelt. Die Bedeutung von φ soll anhand eines Beispiels erläutert werden.

$$\varphi \left[\text{cm}^{-1} \right] = \frac{f \left[\text{sec}^{-1} \right]}{v_{\text{opt}} \left[\text{cm sec}^{-1} \right]}$$

Mit einer optischen Vorschubgeschwindigkeit von 0.1 cm sec^{-1} wird jede Störfrequenz f in ein Geisterlinienpaar ($\pm 10 f$) cm^{-1} von der rechtmäßigen Linie verwandelt. Ganz niedere Modulationsfrequenzen der Vorschubgeschwindigkeit sind besonders unerwünscht, da sie zu Fehlern führen, die nahe an der wahren Linie liegen können. Mit der Phasenverschiebung der Störungen um 180° können unsymmetrische Verzerrungen der Linie auftreten. Weißes Rauschen am Vorschubantrieb oder im Abtastsignal erzeugen viele Seitenbänder, die ein in Wirklichkeit nicht vorhandenes Strahlungskontinuum vortäuschen können. Das Entstehen von Seitenbändern muß daher unbedingt vermieden werden.

Setzen wir als obere Grenze für das Vorhandensein einer Seitenlinie 1 % der zu messenden wirklichen Linie der Intensität eins, so ist

$$\pi \nu a \leq 0.01$$

Natürlich soll man trachten, die Störampplitude noch weiter zu unterdrücken.

Für $\nu = 300 \text{ cm}^{-1}$ wird

$$a \leq \frac{0.01}{\pi 300} = 1.06 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

Im obigen Beispiel muß der richtige Abtastpunkt mit einer Genauigkeit von mindestens $0.1 \text{ } \mu\text{m}$ erzielt werden.

Die entsprechende Genauigkeit in der Abtastzeit wird

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{1.06 \cdot 10^{-5} \text{ cm}}{10^{-1} \text{ cm/sec}} = 1.06 \cdot 10^{-4} \text{ sec}$$

Der Abtastzeitpunkt muß daher auf mindestens 0.1 msec genau getroffen werden.

Mit einer Phasenverschiebung im analogen Filter von sagen wir zum Beispiel 50° bei 30 Hz (300 cm^{-1}) wird die Gesamtverzögerung

$$\tau_{IR} = \frac{d\theta}{d\omega} = \frac{50 \frac{\pi}{180}}{2\pi 30} = 4.63 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$$

Somit die Verzögerungsleitung $4.63 \pm 0.1 \cdot 10^{-3} \text{ sec}$.

Benutzt man positive und negative Nulldurchgänge, müssen im Referenzsignal höhere harmonische Frequenzen, vor allem geradzahlige, unterdrückt werden. Es muß daher auch im Referenzkanal ein phasenlineares Filter verwendet werden (siehe Fig. 3). Die in der digitalen Verzögerungsleitung tatsächlich erforderliche Verzögerung wird daher etwas kleiner als 4.63 ms sein.

Intensitäts-Modulation

Beim Betrieb eines Interferometers an einem Fernrohr mit geringem Blickfeld kann das zu beobachtende Objekt während eines Interferogramms im Blickfeld herum oder sogar teilweise aus dem Feld herauswandern. Welche Folgen hat die daraus entstehende Amplitudenmodulation? Wie kann man nachteilige Effekte verringern?

Wir nehmen an, daß das Objekt an einer Feldlinse und nicht am Detektor selbst abgebildet wird. Damit vermeidet man zusätzliche Intensitätsschwankungen, die durch Wandern des Bildes über mögliche Empfindlichkeitsinhomogenitäten der Detektorfläche entstehen können. Es ist daher vorteilhaft, nicht das Objekt, sondern den Primärspiegel am Detektor abzubilden. Trotz dieser Vorsichtsmaßnahme sind Amplitudenschwankungen während des Interferogramms oft nicht zu vermeiden.

Das Interferogramm der wieder monochromatisch angenommenen Quelle der Intensität eins

$$F(x) = (1 - \cos 2 \pi \nu x)$$

wird demnach mit einer Amplitude a und Frequenz ν' moduliert.

Die Modulation sei:

$$1 - a(1 - \cos 2 \pi \nu' x) \text{ somit}$$

$$F(x) = (1-a)(1 - \cos 2 \pi \nu x) + a \cos 2 \pi \nu' x - a \cos 2 \pi \nu x \cos 2 \pi \nu' x.$$

Das Produkt der Cosinusfunktion kann mit Hilfe der Identität

$$a \cos 2 \pi \nu x \cos 2 \pi \nu' x = \frac{a}{2} \left[\cos 2 \pi (\nu + \nu') x + \cos 2 \pi (\nu - \nu') x \right]$$

in eine Summe aufgespalten werden. Es entsteht das gewünschte Interferogramm der monochromatischen Quelle, um den Faktor $(1-a)$ vermindert, eine sehr störende direkte Modulation proportional der Störampplitude und wieder zwei Seitenbänder, diesmal aber mit gleichen Phasen.

Die Störwellenzahl ν' ist mit der tatsächlichen Störfrequenz f durch

$$f = 4 \nu \nu' \text{ verbunden.}$$

Mit $4v \approx 0.1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ werden Vibrationen zwischen 10 und 30 Hz direkt in die Wellenzahlen zwischen 100 und 300 cm^{-1} abgebildet. Für eine Störfrequenz von 1 Hz ist der Seitenbänderabstand zum Beispiel 10 cm^{-1} und für 0.1 Hz nur 1 cm^{-1} . Langsame Schwankungen des Fernrohres verursachen hauptsächlich störende Seitenbänder, während höherfrequente Vibrationen direkt in das Spektrum eingehen. Für Messungen von astronomischen Fernrohren am Boden rufen atmosphärische Szintillationen ähnliche Effekte wie die Bewegung des Fernrohres im Raum hervor.

Was kann dagegen unternommen werden? Bisher wurden zwei Methoden verwendet: Interne Modulation und "Ratio recording".

Interne Modulation, von Merz (1965) erfunden und als unpraktisch verworfen, von Connes, Connes und Maillard (1967) mit großem Erfolg verwendet, ist bisher nur in Verbindung mit Stufenvorschub benützt worden. An jedem Meßpunkt wird der optische Weg im Interferometer periodisch mit einer relativ hohen Frequenz verändert. Die konstante Amplitude dieser periodischen Änderung muß kleiner als die halbe Wellenlänge der höchsten Wellenzahl gewählt werden. Der Infrarotdetektor registriert die Oszillationsfrequenz, deren Amplitude nach synchroner Gleichrichtung proportional der ersten Ableitung des Interferogramms ist. Anstatt der Kosinus-Transformation muß eine Sinus-Transformation zur Rekonstruktion des Spektrums verwendet werden.

Das so gewonnene neue Interferogramm wird

$$\frac{1}{2\pi v} \frac{dF(x)}{dx} = (1-a) \sin 2\pi vx - \frac{a v'}{v} \sin 2\pi v' x + \frac{a}{2} \left[\left(1 + \frac{v'}{v}\right) \sin 2\pi (v+v')x + \left(1 - \frac{v'}{v}\right) \sin 2\pi (v-v')x \right].$$

Das Interferogramm enthält wieder das erwünschte Spektrum (erstes Glied). Die unerwünschte direkte Modulation (zweites Glied) ist um den Faktor v'/v abgeschwächt. Insbesondere beim Stufenvorschub kann v'/v klein gegen eins gehalten werden, da die Integration in jedem Stufenpunkt höhere Frequenzen als die durch $1/\Delta\tau$ gegeben wegmittelt; $\Delta\tau$ ist die Integrationszeit pro Meßpunkt. Selbst bei kontinuierlichem Vorschub ist ein Vorteil möglich, da Scintillationseffekte sowie langsames Wandern des Objekts im Blickfeld eines Fernrohres im Raum hauptsächlich niederfrequente Komponenten aufweisen.

Interne Modulation reduziert daher im allgemeinen die direkte Modulation, nicht aber die Entstehung von Seitenbändern. Auch ist die Anwendung der internen Modulation bei kontinuierlichem Vorschub problematisch, da die Oszillationsamplitude klein zur Referenzwellenlänge gewählt werden muß. Außerdem muß die Oszillationsfrequenz mindestens einen Faktor 4, besser einen Faktor 10 höher als die Referenzfrequenz sein. Beides führt zu unpraktischen Bedingungen; wahrscheinlich ist das der Grund, warum interne Modulation bisher nicht mit kontinuierlichem Vorschub verwendet worden ist.

Man könnte sich aber ein System vorstellen, in dem der oszillierende Spiegel der Sekundärspiegel eines Katzenauges ist und das Referenzinterferometer nur mechanisch mit dem Vorschub des Infrarotinterferometers gekoppelt ist, somit seinen eigenen optischen Weg hat und von den Oszillationen des Sekundärspiegels im Katzenauge völlig unabhängig ist. Dann ist interne Modulation auch bei kontinuierlichem Vorschub durchaus möglich.

Die andere, wesentlich wirksamere Methode Amplitudenmodulation zu unterdrücken benützt das zweite, phasenumgekehrte Interferogramm. Dieses immer vorhandene komplementäre Interferogramm wird beim konventionellen Michelson - Interferometer mit nur einem Detektor zur Strahlungsquelle zurückgeworfen, kann aber auf verschiedene Weise genutzt werden.

In der Konfiguration mit Retrospiegel oder Katzenauge wird der zurückkommende Strahl auf einer anderen Stelle des Strahlteilers zur Interferenz gebracht, Fig. 5a und 5b. Außer zwei Ausgängen (Detektor 1 und 2) hat diese Konfiguration auch zwei Eingänge (I_1 und I_2). Ein Eingang wird auf die zu messende Strahlungsquelle, der zweite z.B. auf den angrenzenden Himmel gerichtet. Jeder Detektor registriert die Differenz beider Eingänge, aber mit umgekehrter Phase.

Eine andere Konfiguration kann mit einem konventionellen Gerät mit ebenen Spiegeln oder mit einem verkipplungskompensierten Instrument, wie z.B. dem GIRL, erzielt werden, Fig. 6. Am Ein- und Ausgang des Interferometers sind an den Brennpunkten der gezeichneten Kollimatoren kleine prismatische Reflektoren angebracht, die das verfügbare Gesichtsfeld ($\Omega \approx \frac{2\pi\Delta v}{v}$) in zwei Teile spalten.

Welche Konfiguration auch gewählt wird (Fig. 5a, b oder 6), die beiden Interferogramme i_1 und i_2 sind (Hanel et al., 1969):

$$\begin{aligned} i_1(x) &= I(\nu) F_1(\nu) M(x) (1 + \cos 2\pi \nu x) d\nu \\ i_2(x) &= I(\nu) F_2(\nu) M(x) (1 - \cos 2\pi \nu x) d\nu \end{aligned}$$

$I(\nu)$ ist die Differenz beider Eingänge; F_1 und F_2 sind die annähernd gleichen spektralen Empfindlichkeiten beider Kanäle und $M(x)$ die durch das Wandern des Objekts im Gesichtsfeld oder durch Szintillation hervorgerufene Modulation. In der Differenz über der Summe beider Interferogramme

$$\frac{i_1 - \xi i_2}{i_1 + \xi i_2} = \frac{\int I \nu (F_1 - \xi F_2) d\nu + \int I \nu (F_1 + \xi F_2) \cos 2\pi \nu x d\nu}{\int I \nu (F_1 + \xi F_2) d\nu + \int I \nu (F_1 - \xi F_2) \cos 2\pi \nu x d\nu}$$

kürzt sich $M(x)$ heraus; ξ ist ein Faktor, der so gewählt wird, daß

$$\int I(F_1 - \xi F_2) d\nu = 0 \text{ ist.}$$

Da $F_1 \approx F_2$ ist, wird ξ nahe 1 sein. Dann wird auch

$$\int I(F_1 - \xi F_2) \cos 2\pi \nu x d\nu \approx 0 \text{ und}$$

$$\theta(x) = \frac{i_1 - \xi i_2}{i_1 + \xi i_2} = \frac{\int I(F_1 + \xi F_2) \cos 2\pi \nu x d\nu}{\int I(F_1 + \xi F_2) d\nu}$$

Das so gewonnene normierte Interferogramm $\theta(x)$ ist frei von Modulationseffekten. Das Integral $\int I(F_1 + \xi F_2) d\nu$ ist nach Symmetrisierung der Interferogramme gleich der maximalen Amplitude für $x = 0$.

Eichung

Spektrometer müssen in der Wellenzahl und in der Intensität geeicht werden. Zunächst erscheint es überflüssig, ein mit einem Laser gesteuertes Interferometer hinsichtlich Wellenzahlgenauigkeit eichen zu müssen. Durch das endliche Blickfeld im Interferometer und der damit verbundenen geometrischen Verkürzung der Randstrahlen gegen den axialen Strahl entsteht aber eine geringe Verschiebung der Wellenzahl

$$\nu = \nu' \left(1 - \frac{r^2}{4\pi}\right) \approx \nu' \left(1 - \frac{\Delta\nu}{2\nu}\right);$$

ν ist die gemessene und ν' die wahre Wellenzahl. Ein ähnlicher Vorgang, meist jedoch von geringerem Ausmaß, tritt im Referenzkanal auf. Der Nettoeffekt ist rechnerisch schwer zu erfassen und wird am besten experimentell durch Messung genau bekannter Linien bestimmt. Ein Diagramm mit den Koordinaten $(\nu - \nu')$ und ν' sollte nach Messung mehrerer bekannter Linien eine Gerade durch den Ursprung ergeben. Die gemessenen Werte unbekannter Linien werden dann durch Interpolation entsprechend korrigiert.

Die Intensitätseichung ist im allgemeinen problematischer, insbesondere für Interferometer an Fernrohren mit großem Spiegeldurchmesser. Es sei vorausgesetzt, daß das Instrument mechanisch und thermisch absolut stabil ist. Thermostatische Kontrolle des Interferometers ist höchst empfehlenswert, wenn nicht unerläßlich. Wenn möglich soll das Instrument als geschlossenes System geeicht werden. Bestimmung der Empfindlichkeitsfunktion durch Multiplikation von einzelnen Transmissionsfaktoren ist natürlich möglich und oft der letzte Ausweg; eine Gesamteichung im Raum, vorzugsweise vor, zwischen und nach den astronomischen Messungen, ist aber vorzuziehen. Die Eichung muß spektral erfolgen, das heißt jedes vom Instrument aufgelöste Spektralintervall muß für sich geeicht werden.

Das Rohprodukt einer Messung ist eine spektrale Amplitude, $C(\nu)$, einfach die im Rechner gefundene Amplitude der Fourierkomponente bei der Wellenzahl ν . Das Rechenprogramm muß daher als ein Teil des Instruments behandelt werden; alle numerischen Operationen - wie Symmetrisierung des Interferogramms und Apodisation - müssen bei den Eichspektren und den Beobachtungen identisch sein (Hanel et al., 1970).

Die spektrale Amplitude einer Beobachtung sei

$$C_1(\nu) = \alpha(\nu)I(\nu) + \beta(\nu)B_i(\nu) + \gamma(\nu)B_d(\nu)$$

Sie hängt von der spektralen Empfindlichkeit α , der zu bestimmenden Intensität des Meßobjekts, $I(\nu)$, den Planckfunktionen der Instrument- und Detektortemperaturen, B_i und B_d , und entsprechenden Koeffizienten, β und γ , ab. Weitere Messungen mit zwei bekannten Objekten, B_c und B_w , ergeben mit Weglassung der ν Indices

$$C_2 = \alpha B_c + \beta B_i + \gamma B_d \quad \text{und}$$

$$C_3 = \alpha B_w + \beta B_i + \gamma B_d.$$

Im Infraroten sind schwarze Körper die besten Eichobjekte, die Intensität bei einer bestimmten Wellenzahl hängt nur von der Temperatur des schwarzen Körpers ab, die genau bestimmt werden kann.

Aus dem Verhältnis

$$\frac{C_1 - C_2}{C_3 - C_2} = \frac{I - B_c}{B_w - B_c}$$

ergibt sich die gewünschte Intensität,

$$I = B_c + \frac{C_1 - C_2}{C_3 - C_2} (B_w - B_c)$$

Aus den gemessenen Amplituden C_1 , C_2 , C_3 und den bekannten Temperaturen des warmen und kalten schwarzen Körpers, B_w und B_c , wird die unbekannte Intensität I in radiometrischen Einheiten bestimmt. Die spektrale Empfindlichkeit des Instruments ist

$$\alpha = \frac{C_3 - C_2}{B_w - B_c},$$

ebenfalls aus den Messungen leicht abzuleiten.

Der spektrale Rauschpegel des Instruments (NESR, Noise Equivalent Spectral Radiance) ist für eine Messung aus der mittleren quadratischen Abweichung,

σ , zu bestimmen. Mehrfache Messungen des Objekts sowie der Eichquellen (schwarze Körper) sind allerdings notwendig

$$\text{NESR} = \sigma(I) = \frac{\sigma(C_1)}{\bar{C}_3 - \bar{C}_2} (B_w - B_c) = \frac{\sigma(C_2)}{\bar{C}_3 - \bar{C}_2} (B_w - B_c).$$

Vorausgesetzt ist, daß das Rauschen unabhängig von der einfallenden Intensität ist. Ist das System "background noise limited", dann ist der Rauschpegel von der einfallenden Intensität abhängig und nur der linke Teil obiger Gleichung kann zur Bestimmung der Meßgenauigkeit verwendet werden. Andererseits kann aus der mittleren quadratischen Abweichung von C_2 und C_3 bestimmt werden, wie stark das Hintergrundrauschen gegenüber dem vom Hintergrund unabhängigen Rauschen ist.

Die Eichung eines Interferometers an einem Fernrohr mit so großem Spiegeldurchmesser, daß die Verwendung von schwarzen Körpern vor dem Fernrohr unpraktisch erscheint, ist aber für viele astronomische Anwendungen von großer Bedeutung. In einigen Spezialfällen kann auch dann noch das ganze System geeicht werden. Ein solcher Fall ist am Voyager-Interferometer gezeigt worden. Dort sind Detektor, Interferometer und alle Teile des Fernrohrs mit Thermostaten auf gleicher Temperatur (200 K) gehalten

$$B_i \approx B_d = B_w$$

Ein schwarzer Eichkörper der gleichen Temperatur vor dem Fernrohr muß dann die Amplitude $C_3 = 0$ ergeben, da die Bewegung des Interferometerspiegels in einem völlig isothermen Raum keinen Einfluß auf den Detektor haben kann. Diese "Gedankeneichung" wird tatsächlich im Raum nicht ausgeführt, höchstens einmal am Boden zur Kontrolle (Hanel et al. 1980).

Der kalte Eichkörper ist der Himmel ohne Planeten ($B_c = 0$). Gegenüber der Planetenstrahlung ist die Hintergrundstrahlung von ~ 3 K völlig vernachlässigbar. Damit vereinfachen sich die Gleichungen zu

$$I = \frac{C_1 - \bar{C}_2}{-\bar{C}_2} B_i; \quad \alpha = \frac{-\bar{C}_2}{B_i} \quad \text{und}$$

$$\sigma(I) \approx \frac{\sigma(C_1)}{-\bar{C}_2} B_i = \frac{\sigma(C_2)}{\bar{C}_2} B_i = \frac{\sigma(\alpha)}{\alpha} B_i$$

An einem Fernrohr am Boden ist eine andere Eichmethode möglich. Erst wird das Interferometer selbst - sagen wir am Coudé-Fokus - mit zwei schwarzen Körpern geeicht. Dann wird die vertikale Himmelsstrahlung vom selben Punkt gemessen. Voraussetzung ist, daß der Himmel vom Coudé-Raum direkt zugänglich ist, was nur in manchen Observatorien möglich ist. Drittens wird die vertikale atmosphärische Himmelsstrahlung durch das Fernrohr gemessen. Ein Vergleich der direkten und der durch das Fernrohr gemessenen Werte schwacher Linien sowie die als bekannt vorausgesetzte Temperatur der Spiegel erlauben die Berechnung der spektralen Emission und Transmission des Fernrohrs.

Im Raum ist es ebenfalls möglich, die Eichung mittels eines Eichobjekts durchzuführen. Leider ist es im allgemeinen nicht möglich, das gleiche Objekt ohne Fernrohr mit demselben geeichten Interferometer zu messen. Der Mond mag eine Ausnahme sein. Für empfindliche Instrumente ist seine Strahlung aber viel zu stark. Mars ist eine schlechte Eichquelle. Erstens ist seine langwellige ($\lambda > 50 \mu\text{m}$) Strahlung nicht genau bekannt, zweitens ist sie wahrscheinlich variabel, hauptsächlich vom Staubgehalt der Marsatmosphäre abhängig. Jupiter dagegen ist sicher viel konstanter, obwohl langwellige Spektren ($\lambda > 50 \mu\text{m}$) auch nicht vorliegen. Mit den vom Voyager gemessenen Temperaturprofilen und Gaszusammensetzungen kann die langwellige Emission halbwegs genau berechnet werden (Hanel et al., 1981). Callisto hat sich unterhalb von $50 \mu\text{m}$ als ein nahezu schwarzer Strahler gezeigt (Voyager) und wäre daher möglicherweise auch für längere Wellenlängen ein brauchbares Eichobjekt, leider aber ist er Jupiter zu nahe.

Eine andere Möglichkeit ein Fernrohr zu eichen nützt eine kleine Temperaturänderung des Fernrohres aus. Es sei angenommen, daß das Interferometer selbst vorher mit Schwarzkörpern geeicht wurde. Die vom Fernrohr kommende Strahlung besteht in erster Näherung aus der um die Fernrohrtransmission verminderte Hintergrundsstrahlung, $I_b \tau$, und der Fernrohremission $\epsilon_t B_t$.

$$\begin{aligned} I &= I_b \tau + \epsilon_t B_t \\ I' &= I_b \tau + \epsilon_t B'_t \end{aligned}$$

Eine zweite Messung, I' , mit einem nur wenige Grad erwärmten Fernrohr, führt zu

$$I' - I = \epsilon_t (B'_t - B_t)$$

woraus ϵ_t und somit auch $\tau_t = (1 - \epsilon_t)$ berechnet werden kann.

Rauschquellen

Eine Anzahl von Störquellen besteht in jedem Meßsystem. Wenn diese Störungen einen statistisch vorhersagbaren Charakter haben, werden sie als Rauschen bezeichnet. Wir nehmen an, daß nach der Quantisierung des Interferogramms, d.h. im digitalen Bereich keine zusätzlichen Fehler auftreten oder zumindest die immer endlich kleine Fehlerwahrscheinlichkeit, notfalls durch entsprechende Verschlüsselung (error detection and correction coding), genügend klein gehalten werden kann.

Die nächste Rauschquelle, in die dem Signal entgegengesetzte Richtung gehend, ist das Quantisierungsrauschen. Im Analog-Digital-Wandler wird einem Analogwert $u \pm \Delta u$ ein einziger Digitalwert zugeordnet. Der dadurch entstehende Fehler x kann maximal $h/2$ erreichen, wobei h die Höhe der Quantisierungsstufe ist. Da viele Quantisierungsvorgänge stattfinden, ist die mittlere quadratische Abweichung von Interesse. Die Rauschspannung wird (z.B. Goldman, 1953)

$$U_{\text{quant}} = \sqrt{\frac{1}{h} \int_{-h/2}^{+h/2} x^2 dx} = \frac{h}{\sqrt{12}} \quad .$$

Die durch das Quantisieren hervorgerufene Rauschspannung ist dem Elementarintervall proportional und kann im Prinzip beliebig verkleinert werden. Es hat aber wenig Sinn, über eine gewisse Grenze hinauszugehen, die durch alle anderen Rauschquellen gegeben ist.

$$U_{\text{total}} = \sqrt{(U_{\text{det}})^2 + (U_{\text{quant}})^2}$$

Unter Berücksichtigung des Abtastens mit höherer Frequenz als das durch das Nyquist-Theorem gegebene wird

$$U_{\text{total}} = U_{\text{det}} \sqrt{1 + \left(\frac{U_{\text{quant}}}{U_{\text{det}}} \right)^2 \frac{f_{\text{max}}}{f_{\text{Nyquist}}}}$$

Mit $f_{\text{max}} = \frac{1}{2} f_{\text{Nyquist}}$

(doppelt so oft abtasten als theoretisch notwendig) und mit Einführung von

$$q = \frac{h}{U_{\text{det}}}$$

wird

$$U_{\text{total}} = U_{\text{det}} \sqrt{1 + \frac{q^2}{24}}$$

wobei q das Verhältnis von Quantisierungsintervall und dem Effektivwert der Rauschspannung aller anderen Rauschquellen (hier U_{det} genannt) ist (Fig. 7).

Mit $q = 2$ nimmt das Gesamtrauschen um 8% zu, ein im allgemeinen annehmbarer Wert. Mit $q = 4$ dagegen ist die Zunahme 29%, im allgemeinen zu hoch. Operation mit $q = 2$ wird empfohlen. Die Messung der Rauschspannung muß im interessierenden Frequenzbereich durchgeführt werden.

Das Verhältnis q darf andererseits nicht zu klein gewählt werden, da möglicherweise die Anforderung an den Dynamikbereich (Stufenzahl N im Analog-Digital-Wandler) extrem werden kann. Der Dynamikbereich ist

$$\begin{aligned} 2^N &= \frac{\text{Max.Signal (Volt)}}{\text{Einheitsstufe } h(\text{Volt})} = \frac{2 \times \text{Max.Ampl.}}{q N_{\text{total}}} \\ &= \frac{2 \int_{V_1}^{V_2} (I_V - B_i) dV}{q \text{ NESR } \delta V \sqrt{\frac{V_1 - V_2}{\delta V}}} \end{aligned}$$

wobei der Zähler die doppelte zentrale Interferogramnamplitude und der Nenner q-mal das Gesamtrauschen im Spektralbereich zwischen ν_1 und ν_2 ausdrückt. Um das Rauschen im gesamten Spektralbereich zu erhalten, wird die NESR ($\text{W cm}^{-2} \text{ sr}^{-1}/\text{cm}^{-1}$) zunächst mit der spektralen Auflösung, $\delta\nu$, multipliziert, dies ergibt das Rauschen pro spektralem Intervall; dann wird das Produkt noch mit der Wurzel der Anzahl der aufgelösten Intervalle im verwendeten Spektralbereich multipliziert. Es ist angenommen, daß das Rauschen in jedem Spektralbereich statistisch unabhängig von dem der anderen Bereiche ist.

Ähnliche Überlegungen wie beim Quantisierungsrauschen gelten auch für das Rauschen des Vorverstärkers. Auch hier darf das Rauschen höchstens wenige Prozente des Gesamtrauschens ausmachen, was oft nicht leicht zu erreichen ist, und bei der Optimierung des Systems (z.B. Wahl des Arbeitspunktes des Detektors) zu berücksichtigen ist.

Neben diesen mehr oder weniger vermeidbaren Rauschquellen existieren auch Quellen, die fundamental mit Energieumwandlungsprozessen verknüpft sind und die daher der Meßgenauigkeit nicht überschreitbare Grenzen setzen. Das Rauschen durch die Brown'sche Bewegung der Elektronen im elektrischen Leiter (Johnson- oder Nyquist-Rauschen), die durch Phonon- und Photon-Emission erzeugten Temperaturschwankungen in allen temperaturempfindlichen Detektoren (Bolometer, Thermoelemente etc.), das durch statistische Schwankungen der Trägerkonzentration in Halbleitern erzeugte Rauschen (Generation-Recombination Noise) sowie das durch die Absorption von Strahlungsquanten erzeugte Hintergrundrauschen (Background Noise) sind alles Beispiele für solche fundamentale Grenzen.

Nyquist- oder Johnson-Rauschen

Bereits 1906 hat Einstein darauf hingewiesen, daß durch die Brown'sche Bewegung von Elektronen in einem Leiter ein Raumladungstransport stattfindet. Sieben Jahre später (de Haas-Lorentz, 1913) erkannte man, daß daraus eine elektromotorische Kraft entsteht. Johnson (1925) erklärte die statistischen Schwankungen durch den Schottky-Effekt und Nyquist (1928) gab die verfügbare Rauschenergie als Funktion der Frequenz

$$P(f) = kT \frac{\frac{hf}{kT}}{\left(e^{\frac{hf}{kT}} - 1\right)} \approx kT \left[\text{Wsec} \right] .$$

Nur bei extrem hohen Frequenzen, die in unserem Falle nicht wichtig sind, spielt der zweite Faktor im mittleren Glied eine Rolle. Das Nyquist-Rauschen kann als eine eindimensionale Schwarze Körper-Strahlung verstanden werden. Wie die Planckfunktion durch Summieren von Eigenwerten eines dreidimensionalen Raumes, so kann die Nyquistgleichung durch Summieren von Eigenwerten eines eindimensionalen elektrischen Leiters abgeleitet werden (Brillouin, 1962). Um die verschiedenen Rauschquellen miteinander vergleichen zu können, ist es notwendig, alle in denselben Einheiten auszudrücken. Die NEP (Noise Equivalent Power) in Watt $\text{Hz}^{-1/2}$ ist ein allgemein übliches Maß des Detektorrauschens. Die Quadrate verschiedener Rauschquellen können einfach addiert werden, um das Quadrat der NEP zu erhalten, das alle Effekte einschließt. Um für einen Detektor das Nyquistrauschen in $(\text{NEP})^2$ auszudrücken, muß das Quadrat der Rauschspannung durch das Quadrat der Empfindlichkeit dividiert werden - wie man leicht aus den Dimensionen ersehen kann

$$(\text{NEP})^2_{\text{NYQUIST}} = \frac{4kTR}{r^2} ; \quad r^2 = \left(\frac{dV}{dW} \right)^2 .$$

Temperatur-Rauschen (Phonon noise)

Thermische Detektoren wandeln kleine statistische Temperaturschwankungen in Spannungsschwankungen um, da sie ja Temperatur-Spannungswandler sind.

Wie in der Thermodynamik gezeigt wird (z.B. Epstein, 1937), ist die mittlere quadratische Temperaturschwankung

$$\langle (T - \bar{T})^2 \rangle = - k / \frac{\partial^2 S}{\partial T^2} .$$

k = Boltzmann Konstante

S = Entropie

Mit dem zweiten Hauptsatz der Wärmelehre $dS = \frac{dQ}{T}$ und der Definition der Wärmekapazität $\frac{dQ}{dT} = C = \kappa T$

Q = Wärmemenge

C = Wärmekapazität

κ = Wärmeleitfähigkeit

τ = Zeitkonstante

wird
$$\frac{d^2 S}{dT^2} = - \frac{\tau \kappa}{T^2}$$

und somit
$$\langle (T - \bar{T})^2 \rangle = \frac{kT^2}{\tau \kappa}$$

Eine Dimensionsanalyse zeigt, daß in diesem Falle die mittlere quadratische Temperaturschwankung mit $\kappa^2 \tau$ multipliziert werden muß, um $(NEP)^2$ zu erhalten

$$(NEP)_{Temp}^2 = \langle (T - \bar{T})^2 \rangle \kappa^2 \tau = kT^2 \kappa$$

Zum gleichen Ergebnis kann man auf kürzerem Wege gelangen. Sommerfeld (1964) gibt die mittlere quadratische Energieschwankung direkt: $(\Delta E)^2 = kT^2 C$

und somit
$$(NEP)_{Temp}^2 = kT^2 \kappa$$

Das Quadrat des Temperaturrauschens, hervorgerufen durch die thermische Kopplung des Detektors (thermische Leitfähigkeit) mit seiner Umgebung, ist proportional der thermischen Leitfähigkeit und dem Quadrat der Temperatur.

Um das Temperaturrauschen möglichst klein zu halten, muß die Temperatur niedrig und der thermische Widerstand (1/Leitfähigkeit) hoch gewählt werden. Da der Detektor aber mechanisch gehalten und elektrisch mit den Verstärkern verbunden werden muß, sind der Zunahme des thermischen Widerstands schnell praktische Grenzen gesetzt. Außerdem nimmt mit Größerwerden des Widerstands auch die thermische Zeitkonstante zu; glücklicherweise nimmt die spezifische Wärme und somit auch die Wärmekapazität aller Stoffe bei sehr tiefen Temperaturen stark ab. Daher ist es möglich, für Fourierspektroskopie brauchbare Bolometer zu bauen, die selbst bei Temperaturen von weniger als 1 K noch Frequenzen bis zu einigen Hundert Hertz gut verarbeiten können.

Neben der rein thermischen Leitfähigkeit (durch Phononen)

$$\kappa_{cond} = \frac{1}{\tau} \frac{dQ}{dT} \left[\frac{\text{Watt}}{\text{Kelvin}} \right]$$

spielt auch Wärmeleitung durch thermische Strahlung eine Rolle.

Wie Fig. 8 zeigt, ist der Detektor mit der Emissivität ϵ in einem (schwarzen) Körper mit der Temperatur, T , eingebettet, ausgenommen im Raumwinkel Ω , in dem der Detektor Strahlung eines anderen (schwarzen) Körpers mit einer höheren Temperatur, T_b , sehen soll. Das kalte Filter, ebenfalls auf der Temperatur der Detektorumgebung T sei nur im Spektralbereich zwischen ν_1 und ν_2 durchlässig. Der Detektor soll im Gleichgewichtszustand die Temperatur $T + \Delta T$ erreichen.

Die "Strahlungsleitfähigkeit" zwischen Detektor und Gehäuse wird dann

$$\kappa_{\text{rad}} = \pi \epsilon A \frac{\bar{B}(T + \Delta T) - \bar{B}(T)}{\Delta T} \quad \left[\frac{\text{Watt}}{\text{Kelvin}} \right]$$

$$A = \text{Detektorfläche} \quad \left[\text{cm}^2 \right]$$

$$\bar{B}(T) = \int_0^{\infty} B(\nu, T) d\nu \quad \left[\text{W cm}^{-2} \text{sr}^{-1} \right]$$

ϵ = Detektor-Emissivität oder "effektive Emissivität" falls die Umgebung eine von eins verschiedene Emissivität aufweist.

Es wurde angenommen, daß die Rückseite des Detektors eine niedere Emissivität ($\epsilon \approx 0$) besitzt. Nimmt man auch dort eine Emissivität ϵ an, so verdoppelt sich der Wert der Strahlungsleitfähigkeit. Eine niedere Emissivität der Detektorrückseite sowie der Innenseite des Gehäuses ist natürlich erstrebenswert.

Der Grenzwert der Differenz der Planckfunktionen pro Temperaturdifferenz ist aber $d\bar{B}/dT$. Mit

$$\bar{B} = \frac{1}{\pi} \sigma T^4 \quad \text{wird} \quad \frac{d\bar{B}}{dT} = \frac{4}{\pi} \sigma T^3$$

und die Strahlungsleitfähigkeit

$$\kappa_{\text{rad}} = 4 \epsilon \sigma A T^3.$$

Somit

$$(\text{NEP})_{\text{rad}}^2 = 4 k \epsilon \sigma A T^5.$$

In der obigen Ableitung wurde angenommen, daß Ω klein gegen π ist, was selten der Fall ist. Andererseits strahlt das Filter, außer im Durchlaßbereich, ebenfalls wie der Rest der Umgebung, somit ist die angegebene Gleichung meist eine gute Näherung. Sie berücksichtigt aber nur den Strahlungsfluß vom Detektor zur Umgebung. Da ΔT klein ist, werden fast ebensoviel Quanten in umgekehrter Richtung fließen. Daher wird $(\text{NEP})^2$ durch den Austausch von Photonen mit der Umgebung verdoppelt.

$$(\text{NEP})_{\text{rad}}^2 = 8 k \epsilon \sigma A T^5.$$

Bei nicht thermischen Detektoren tritt die Verdopplung nicht auf, dafür sind andere Rauschquellen wie die Schwankungen der Trägerkonzentration im Halbleiter zu berücksichtigen. Durch das Aufscheinen der fünften Potenz der Temperatur ist Kühlen auf niedere Temperaturen ein sehr wirksames Mittel, das Strahlungsrauschen der Umgebung zu unterdrücken.

Was geschieht nun mit den Quanten der Strahlung von T_b ? Ist das Filter vollkommen durchlässig ($\nu_1 = 0$, $\nu_2 = \infty$), dann wird die dadurch hervorgerufene $(\text{NEP})^2$ einfach

$$(\text{NEP})_{\text{rad } \Omega}^2 = 4 k \epsilon \sigma A \Omega T_b^5.$$

Mit mehr realistischen Werten für ν_1 und ν_2 muß $(\text{NEP})_{\text{rad } \Omega}^2$ entsprechend dB/dT gewogen werden.

$$(\text{NEP})_{\text{rad } \Omega}^2 = 4 k \epsilon \sigma A \Omega T_b^5 \frac{\int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{dB}{dT} d\nu}{\int_0^{\infty} \frac{dB}{dT} d\nu}$$

$$\text{Da } B = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{(e^x - 1)} ; \quad x = \frac{h\nu}{kT}$$

$$\text{ist } \frac{dB}{dT} = \frac{2k^3 T^2}{h^2 c^2} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} .$$

$$(\text{NEP})^2_{\text{rad } \Omega} = 4 k e \sigma A \Omega_b^5 \frac{\int_{x_1}^{x_2} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx}{\int_0^{\infty} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx}$$

Nun ist

$$\int_0^{\infty} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)^2} dx = \frac{4 \pi^4}{15}$$

und

$$\sigma = \frac{2 \pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}$$

Somit wird

$$(\text{NEP})^2_{\text{rad } \Omega} = 2 e A \Omega \frac{k^5}{c^2 h^3} T_b^5 \int_{x_1}^{x_2} \frac{x^4 e^x dx}{(e^x - 1)^2}$$

Dies ist die bekannte Formel für das Hintergrundrauschen "Background noise".

Hintergrundrauschen, Strahlungsrauschen der Detektorumgebung und Temperaturrauschen sind alle nur Folgen des Phononen- und Photonen-Austausches zwischen Detektor und seiner Umgebung. Das Gesamtrauschen wird

$$(\text{NEP})^2_{\text{Total}} = (\text{NEP})^2_{\text{Nyqu.}} + (\text{NEP})^2_{\text{Temp}} + (\text{NEP})^2_{\text{Rad}} +$$

$$(\text{NEP})^2_{\text{Rad } \Omega} + (\text{NEP})^2_{\text{quant}} + (\text{NEP})^2_{\text{verst.}}$$

Definitionen und Meßmethoden des Rauschens

Rauschen, was immer seine Ursache ist, manifestiert sich als eine von der Zeit abhängige Amplitude am Ausgang des Verstärkers, $X(t)$. Die Bandbreite

unseres Systems soll so begrenzt sein, daß die diskreten Abtastpunkte die Zeitfunktionen völlig definieren. Mit anderen Worten: die Abtastfrequenz soll mindestens das Doppelte der höchsten Frequenz im System sein (Nyquist-Kriterium). Die Rauschspannung am folgenden Abtastpunkt ist nur im statistischen Sinn voraussagbar; die wahrscheinliche Amplitude folgt einer Gauß'schen Verteilungsfunktion und ist, über lange Zeit gemittelt, gleich Null.

Die Autokovarianzfunktion ist (Blackman und Tukey, 1958)

$$C(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} X(t) X(t+\tau) dt.$$

Für $\tau = 0$ erhalten wir die Varianz

$$C(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{+T/2} X^2(t) dt,$$

deren Wurzel die mittlere quadratische Abweichung (Standard Deviation) ist

$$\sigma = \sqrt{C(0)} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N-1}} \quad (\text{für } N \rightarrow \infty)$$

Da in unserem System diskrete Meßpunkte verwendet werden, müssen alle Integrale durch Summen ausgedrückt werden. Da diese Summen nur endlich sein können ($N \neq \infty$), sind die erzielten Ergebnisse immer nur Annäherungen.

Die Fourier-Transformation von $X(t)$ sei

$$F(f) = \int_{-T/2}^{+T/2} X(t) e^{i2\pi f t} dt$$

und die spektrale Energiedichte (power spectrum)

$$P(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |F(f)|^2$$

Die Energiedichte ist der Grenzwert des Quadrates der spektralen Amplitude.

Die Energiedichte und die Autokovarianz sind Fourier-Paare, somit

$$P(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(\tau) e^{-i2\pi f \tau_d \tau} d\tau$$

und

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(f) e^{i2\pi f \tau_d \tau} df$$

Für den Spezialfall $\tau = 0$ wird

$$C(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(f) df$$

Das Integral der Energiedichte läßt sich aus der Varianz abschätzen, eine manchmal sehr nützliche Beziehung.

Rauschmessungen

Zur Messung der einzelnen Rauschquellen ist es am einfachsten, die später zu verwendenden Bauteile, wie Verstärker, elektrisches Filter, Analog-Digital-Wandler und Rechner zu benützen. Der erste Meßaufbau sollte wie in Fig. 9 gezeigt aussehen.

Zunächst wird das Quantisierungsrauschen gemessen, indem man das Signal eines stabilen Sinus-Generators über das Filter einspeist. Die Abtastimpulse werden von einem ebenfalls sehr konstanten Generator erzeugt. Das Rechenprogramm ergibt dann eine monochromatische Linie. Linienbreite und -form sind von der Anzahl der Punkte und der Apodisationsfunktion bestimmt. Die mittlere quadratische Abweichung (σ) der Amplitude sowie die weit von der Linie entfernte Energiedichte, sind ein Maßstab des Quantisierungsrauschens.

Als zweites wird das Verstärkerrauschen bestimmt. Es empfiehlt sich, für diese Messung einen 40 db Zusatzverstärker einzuschalten, um das Rauschen der kurzgeschlossenen Eingangsstufe weit über den Quantisierungsrauschpegel zu heben. In der Fourier-Analyse sieht man eine möglicherweise vorhandene Frequenzabhängigkeit des Verstärkerrauschens.

In der dritten Messung wird der Detektor verwendet und zunächst einem Schwarzkörper ausgesetzt. Die Temperatur dieses Hohlraumes sollte konstant und höchstens gleich der Detektortemperatur sein. Nun wird das Detektorrauschen und seine Abhängigkeit vom Arbeitspunkt gemessen. Dieselbe Messung mit einem entsprechend wärmeren Schwarzkörper erlaubt es, das Hintergrundrauschen zu registrieren. In der nächsten Messung wird der kalte Unterbrecher (chopper) in Betrieb genommen und die relative Empfindlichkeit des Detektors von der Unterbrecherfrequenz bestimmt. Alle diese Messungen werden mit in Stufen veränderten Speiseströmen und Lastwiderständen am Detektor ausgeführt, um den günstigsten Arbeitspunkt des Detektors in dem zu erwartenden Frequenzbereich zu finden.

Zu guter Letzt wird der Unterbrecher durch das Interferometer ersetzt, das auch als ein sinusförmiger Unterbrecher, oder besser Modulator, betrachtet werden kann. Die Modulationsfrequenz ist beim Interferometer jedoch für jedes Spektralintervall verschieden. Nun wird der Arbeitspunkt für die zu erwartenden Schwarzkörpertemperaturen noch feiner eingestellt und Spektren aufgenommen. Mit mindestens 10, besser aber 100, Messungen unter gleichen Bedingungen kann der Mittelwert der spektralen Amplitude und die mittlere quadratische Abweichung für jedes Frequenzintervall bestimmt werden.

Das Signal-zu-Rausch Verhältnis ist

$$\left(\frac{S}{N}\right)_\nu = \frac{\bar{A}}{M.Q.Abw.} = \sqrt{\frac{\langle P_S(f) \rangle}{\langle P_N(f) \rangle}} = \frac{\bar{I}(\nu)}{NESR} = \frac{\bar{I}(\nu)}{\sigma(I(\nu))}$$

Wiederholung der Messung mit einem etwas wärmeren Schwarzkörper läßt aus der Amplitudenzunahme auf die Linearität des Systems schließen. Eine gleichzeitige Zunahme der NESR tritt ein, wenn das System durch Hintergrundrauschen begrenzt ist.

Es ist empfehlenswert, eine einzelne Spektrallinie, z.B. von einem geeigneten Laser, einzuspeisen, um aus einem Vergleich der gemessenen und der berechneten Linienform sowie dem Nichtvorhandensein von Seitenlinien auf die Güte des Vorschubsystems zu schließen. Ferner kann man aus dem Nichtvorhandensein von harmonischen Frequenzen die Linearität des Systems bewerten.

Somit sind die wichtigsten Parameter des Interferometers bekannt und das Instrument ist zu weiteren Versuchen (environmental testing) oder zu astronomischen Messungen bereit.

Referenzen

- Bell, R.J. (1972), "Introductory Fourier Transform Spectroscopy", Acad. Press, New York and London
- Blackman, R.B. and Tuckey, J.W. (1958), "The Measurement of Power Spectra", Dover Publications, Inc., New York
- Brillouin, L. (1962), "Science and Information Theory", Acad. Press, New York
- Connes, J. (1961), Rev. Opt. 40, 45-79, 116-140, 171-190, and 231-269.
- Connes, J. and Connes, P. (1966), J. Opt. Soc. Am. 56, 896-910
- Connes, J., Connes, P., and Maillard, J.P. (1967), J. Phys. Colloque C2 28, 120
- de Haas-Lorentz, G.L. (1913), "Die Brownsche Bewegung", Vieweg, Braunschweig
- Einstein, A. (1906), Ann. Physik 19, 371-381
- Epstein, P.S. (1937), "Textbook of Thermodynamics", p. 389, J. Wiley and Son, Inc.
- Goldman, S. (1953), "Information Theory", pp. 188-190, Prentice-Hall, Inc.
- Hanel, R.A., Forman, M., Meilleur, T., Wescott, R., and Pritchard, J. (1969), Appl. Opt. 8, 2059-2065
- Hanel, R.A., Schlachman, B., Clark, F.D., Prokesh, C.H., Taylor, J.B., Wilson, W.M., and Chaney, L. (1970), Appl. Opt. 9, 1767-1774
- Hanel, R.A., Crosby, D., Herath, L., Vanous, D., Collins, D., Creswick, H., Harris, C., and Rhodes, M. (1980), Appl. Opt. 19, 1391-1400
- Hanel, R.A., Conrath, B.J., Herath, L.W., Kunde, V.G., and Pirraglia, J.A. (1981), J. Geophys. Res. 86, 8705-8712
- Johnson, J.B. (1925), Phys. Rev. 26, 71-78
- Kunde, V.G., Hanel, R.A., and Herath, L.W. (1977), Icarus 32, 210-224
- Mertz, L. (1965), "Transformations in Optics", J. Wiley and Sons, Inc., New York
- Nyquist, H. (1928), Phys. Rev. 32, 110-113
- Ridgway, S.T. and Capps, R.W. (1974), Rev. Sci. Inst. 45, 676
- Sakai, H. (1971) in Vanasse, G.A., Stair, A.T., and Baker, D.J., eds. (1971)
- Samuelson, R.E., Hanel, R.A., Herath, L.W., Kunde, V.G., and Maguire, W.C. (1975), Icarus 25, 49-63

Sommerfeld, A. (1964), "Thermodynamics and Statistical Mechanics", p. 288
(Eng. Transl.), Acad. Press, New York

Vanasse, G.A., and Sakai, Hi. (1967), Prog. Opt. 6, 261-330

Vanasse, G.A., Stair, A.T., And Baker, D.J., eds, (1971), Proc. Aspen Int.
Conf. Fourier Spectroscopy 1970, AFCRL-71-0019

Bildunterschriften

- Fig. 1: Schematische Meßanordnung. Die zu messende Infrarotstrahlung (IR) und die monochromatische Laserstrahlung (Ref) erzeugen nach Durchgang durch das Interferometer Signale, die registriert, verstärkt und gefiltert werden. Positive Nulldurchgänge (O.Det) erzeugen im Referenzkanal Impulse, die nach einer konstanten Verzögerung (D.L.) den Abtastzeitpunkt (S/H) des Infrarotsignals bestimmen. Im Analog-Digital-Wandler (A/D) erzeugte Werte kann man zusätzlichen Operationen (Dig. Op.) wie numerischer Filterung unterwerfen, bevor sie zur Weiterverarbeitung vorübergehend gespeichert werden.
- Fig. 2: Frequenzspektrum in Wellenzahlen (cm^{-1}). Durch Abtasten des Interferogramms mit einer Frequenz f_s gewinnt man nach einer Fourieranalyse das gewünschte Spektrum, $100\text{-}500 \text{ cm}^{-1}$. Hochfrequente Rauschkomponenten, z.B. zwischen 1500 und 1900 und zwischen 2100 und 2500 cm^{-1} , werden durch Aliasion ebenfalls in den Grundbereich gespiegelt; f_m ist die Spiegelfrequenz. Alle hochfrequenten Komponenten müssen deshalb vor der Quantisierung durch ein elektrisches Filter (gestrichelte Kurve) eliminiert werden.
- Fig. 3: Der Phasengang des Infrarotsignals (Detektor, Verstärker und Filter) muß linear mit der Frequenz zunehmen, dann werden selbst bei nicht ganz konstanter Vorschubgeschwindigkeit die einzelnen Frequenzkomponenten nicht gegeneinander verschoben, sondern um denselben Betrag verzögert. Genau dieselbe Gesamtverzögerung muß im Referenzsignal (Detektor, Verstärker, Filter, Verzögerungsleitung) erzielt werden.
- Fig. 4: Amplituden der durch einen periodischen Fehler in der Vorschubgeschwindigkeit hervorgerufenen Seitenlinien. Neben der erwünschten wahren Spektrallinie ν_o entstehen falsche Linien bei $\nu_o \pm \psi$, $\nu_o \pm 2\psi$ usw. Ungerade Seitenlinien sind um 180° phasenverschoben, gerade sind gleichphasig.

- Fig. 5: Schematischer Strahlengang mit (a) Retroreflektoren und (b) mit Katzenaugen. In beiden Konfigurationen findet die Interferenz der beiden Eingangsbündel (I_1 und I_2) an einer anderen Stelle des Strahlteilers statt als die der beiden reflektierten Bündel. Die Detektoren sind D_1 und D_2 .
- Fig. 6: Bei einem Interferometer mit Planspiegeln oder mit Verkipfungskompensation kann anstatt der Fläche am Strahlteiler der Raumwinkel im Interferometer aufgespalten werden, um Ein- und Ausgänge zu trennen.
- Fig. 7: Gesamtrauschen als Funktion von q (Verhältnis der Quantisierungsstufe zum Effektivwert des Detektorrauschens). Das Quantisierungsrauschen ist die Differenz zwischen der ausgezogenen und der gestrichelten Kurve.
- Fig. 8: Der Detektor mit der Emissivität ε und der Temperatur $T + \Delta T$ ist in einem Gehäuse mit der Temperatur T . Der Detektor ist durch Strahlung und Wärmeleitung mit seiner Umgebung verbunden und sieht im Raumwinkel Ω durch ein optisches Filter einen schwarzen Körper mit der Temperatur T_b .
- Fig. 9: Meßanordnung zur Bestimmung der individuellen Rauschkomponenten, des Detektorfrequenzgangs und des Arbeitspunktes des Detektors (siehe Text).

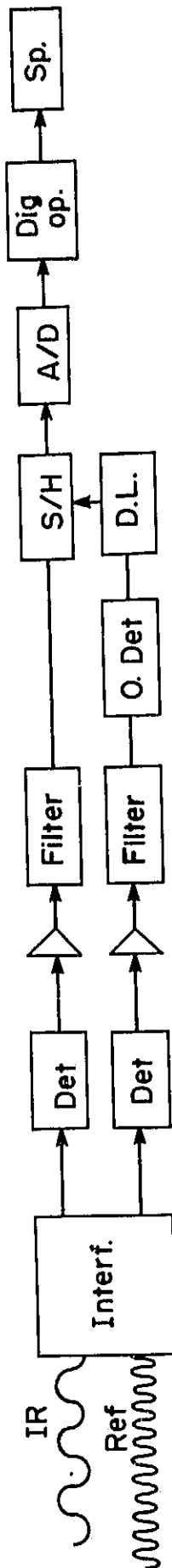


Abb. 1

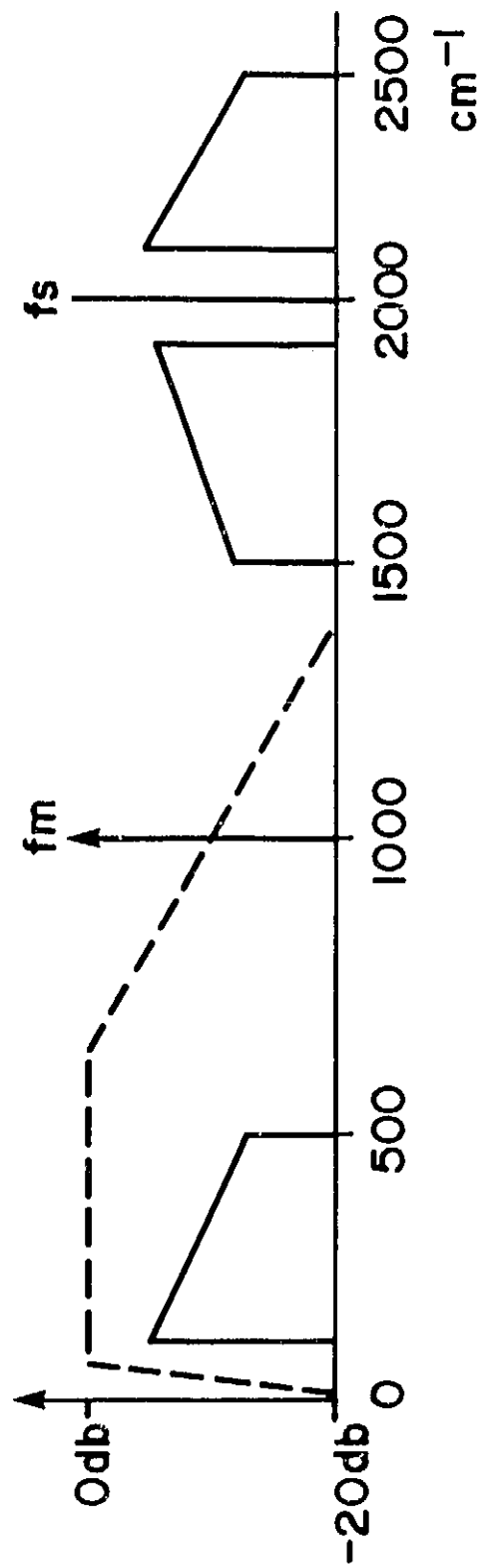


Abb. 2

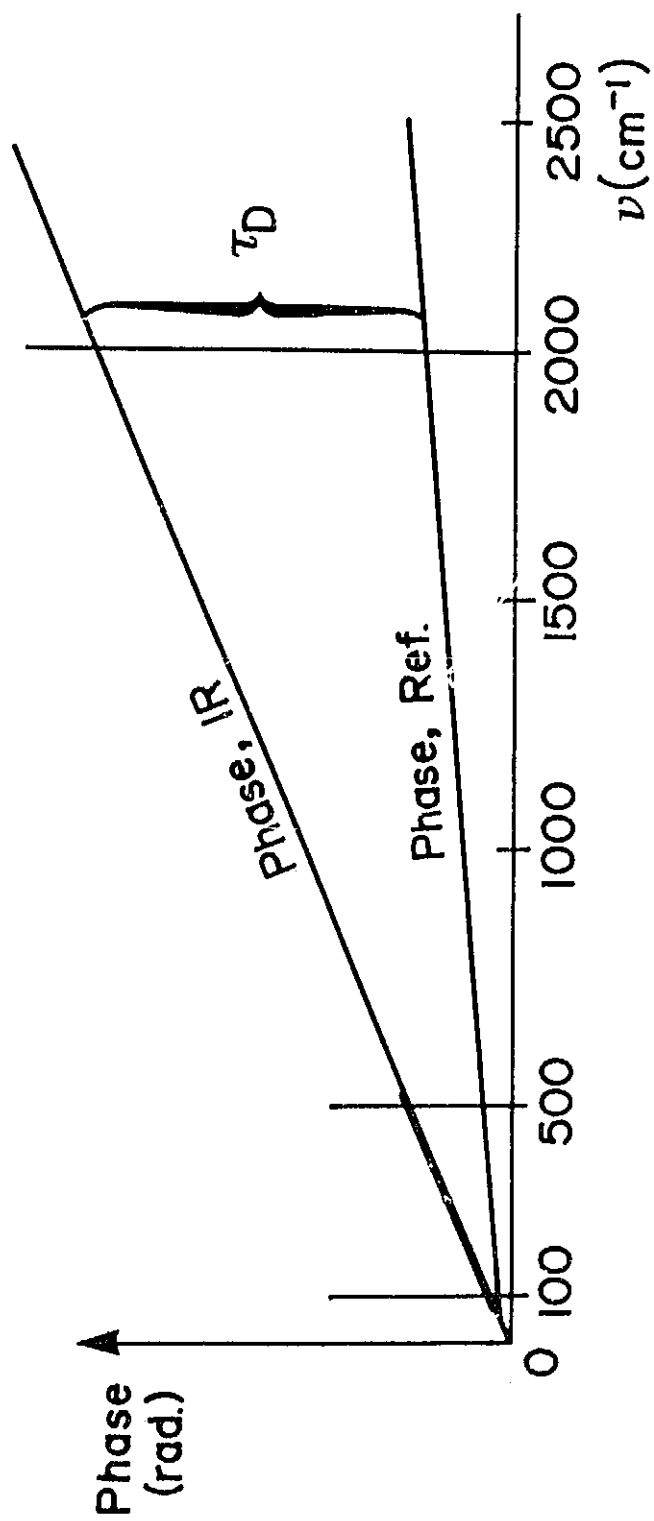


Abb. 3

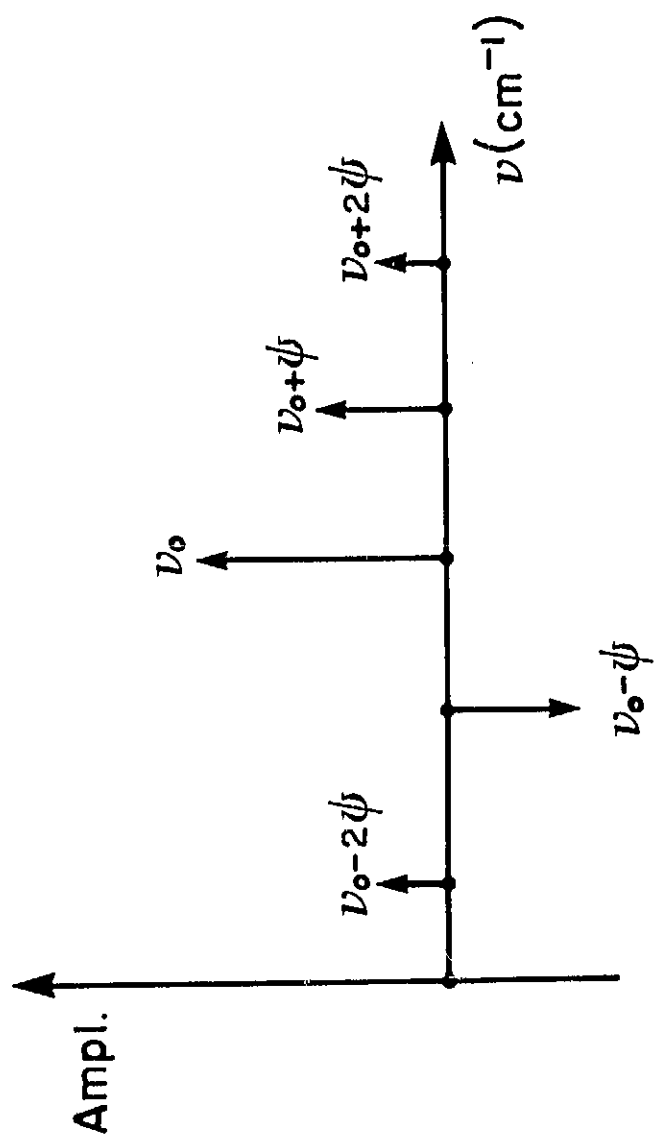
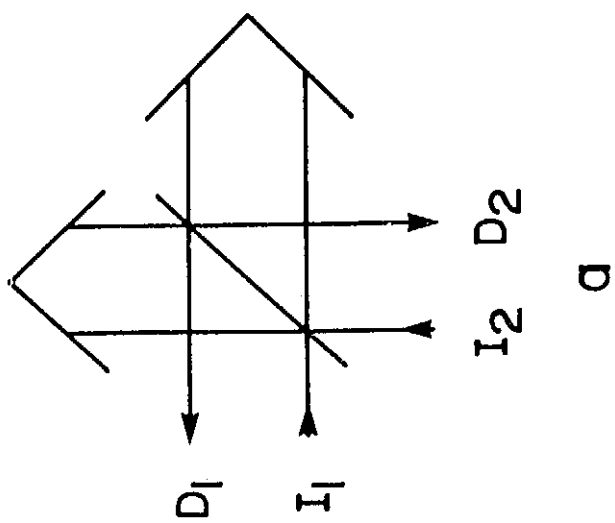
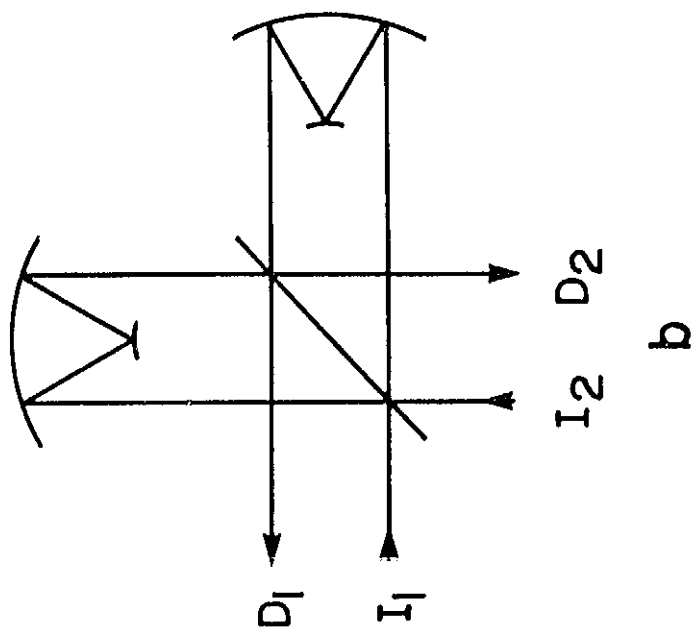
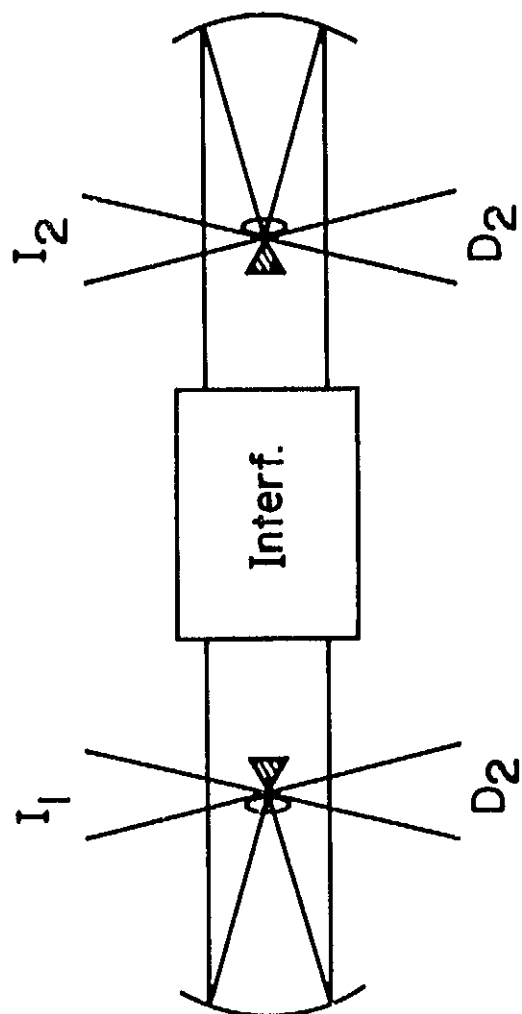


Abb. 4





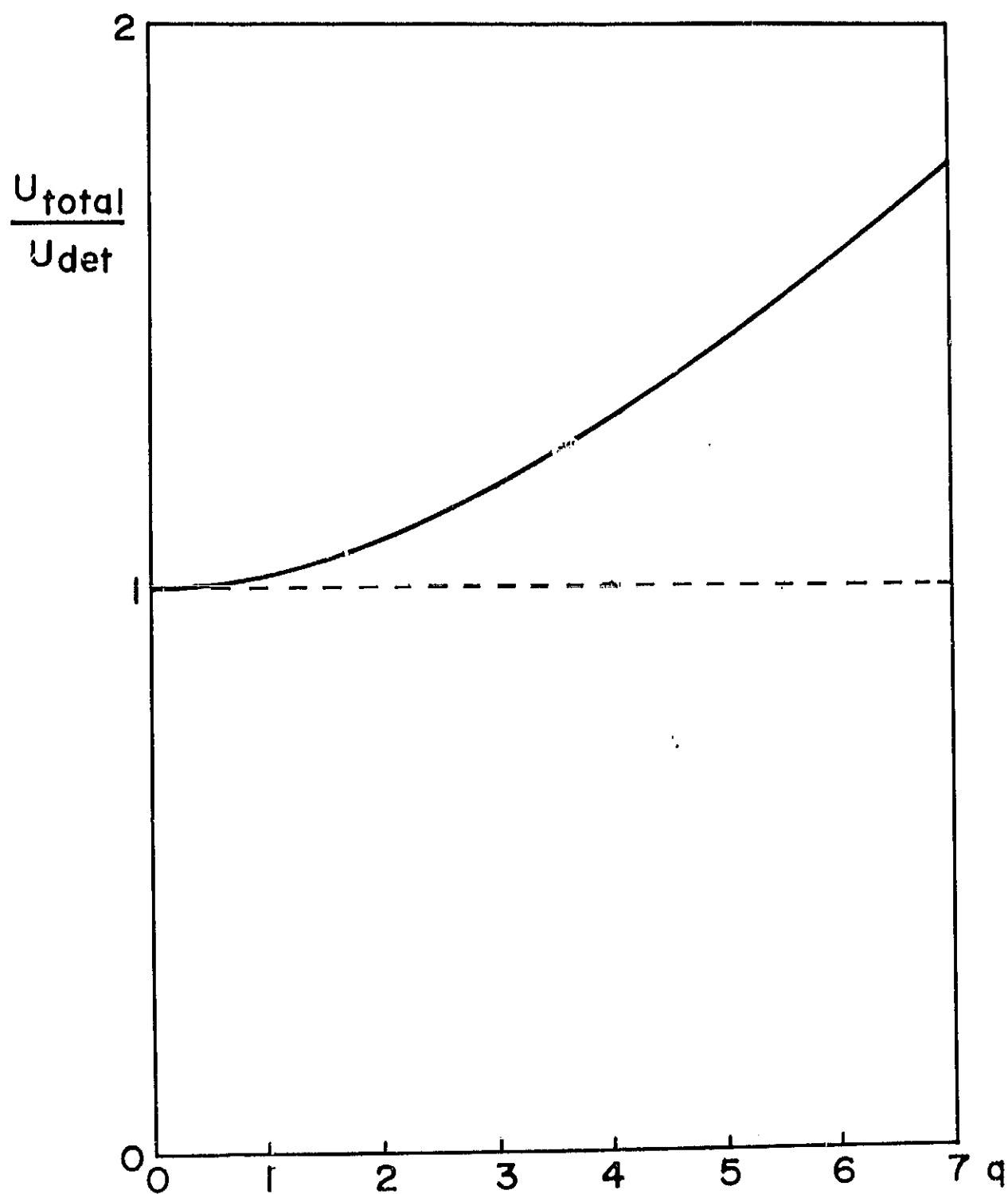
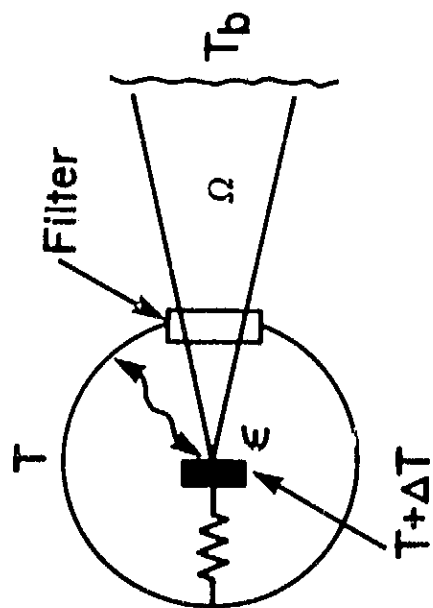


Abb. 7



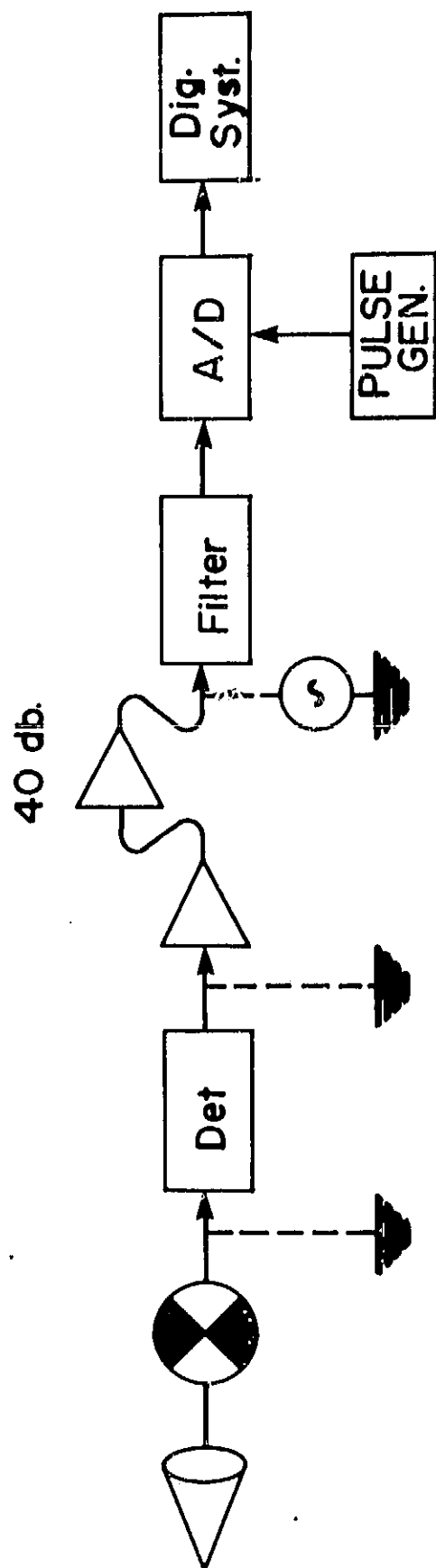


Abb. 9